

Příklady na cvičení při přednášce „Jaderné spektroskopie“

Důležité konstanty:

Klidová energie elektronu:	0,511 MeV
Klidová energie protonu:	938,280 MeV
Klidová energie neutronu:	939,573 MeV
Energie spojená s jednou hmotnostní jednotkou:	931,494 MeV
Klidová energie deuteronu:	1875,613 MeV
Klidová energie částice alfa:	3727,38 MeV

$$\hbar c = 197,3 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 197,3 \text{ eV} \cdot \text{nm}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury:

$$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = \frac{\alpha \cdot \hbar c}{m_e c^2} = 2,82 \text{ fm}$$

klasický poloměr elektronu:

$$\text{Avogadrova konstanta: } 6,022 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$$

U rychlosti pracovat v jednotkách rychlosti světla

1) Millikanův pokus. Určete náboj elektronu z údajů o Millikanově pokusu. Z nobelovské přednášky Millikana víme, že v gravitaci střední doba pádu kapičky ricinového oleje na dráze 1,303 cm byla 120,35 s. Při zapojení elektrického pole s intenzitou 6000 V/cm se objevily 4 skupiny dob stoupání na dráze 1,303 cm: 67,73 s, 26,40 s, 16,50 s a 11,90 s. Potřebné konstanty jsou: hustota vzduchu 1,29 kg/m³, hustota ricinového oleje 960 kg/m³. Dynamická viskozita vzduchu 1,83 · 10⁻⁵ Pa·s. [R = 0,972 μm, v₁ = 0,108 mm/s, v₂ = 0,192 mm/s, 0,494 mm/s, 0,790 mm/s a 1,094 mm/s, Q = 1,676 · 10⁻¹⁹ C, 3,362 · 10⁻¹⁹ C, 5,015 · 10⁻¹⁹ C a 6,713 · 10⁻¹⁹ C]

2) Odvoďte vztahy a určete prahovou energii pro produkci páru při interakci fotonu gama v poli jádra a v poli elektronu. [V poli jádra je E_{prah} = 2m_ec², v poli elektronu E_{prah} = 4m_ec²]

3) Germaniový detektor má pro energii 100 keV účinné průřezy pro fotoefekt a comptonovský rozptyl zhruba stejné σ_{FE} ≈ 10,2 barn a σ_{CR} ≈ 16,8 barn s nejistotou 1,5 barn, pro energii 200 keV pak je účinný průřez pro fotoefekt σ_{FE} ≈ 1,01 barn s nejistotou 0,11 barn pro comptonovský rozptyl 10,4 barn s nejistotou 1,2 barn. Jaká je vnitřní účinnost tohoto detektoru, jestliže tloušťka citlivého objemu detektoru je 0,34 cm určená s nejistotou 0,02 cm. Hustota je 5323 kg/m³. (Poznámka – standardní detektor mívá tloušťku 3 cm i více, zároveň 0,3 cm germania není úplně malý detektor, kde by probíhaly pouze primární interakce.) [ε(100 keV) = 12,6 % a ε(200 keV) = 1,39 %]

4) Při měření radioaktivity u vzorku olova s tloušťkou d = 3,2 mm určenou s nejistotou 0,2 mm pomocí záření gama s energií zhruba 500 keV je třeba započítat samoabsorpci ve vzorku. Pro linku s danou energií je celkový účinný průřez σ_{TOT} ≈ 26 barn (nejistota 2 barny), hustota olova je ρ = 11 350 kg/m³. Určete lineární koeficient zeslabení a nejistotu jeho určení i míru

samoabsorpce a její neurčitost. [Lineární koeficient zeslabení $\mu = 85,7(67) \text{ m}^{-1}$, poměr mezi intenzitou po samoabsorpci a emitovanou je $87,5(12) \%$]

5) Velice přesná měření linek ^{169}Tm ($A_r = 168,93422(2)$, $Z = 69$) určila jejich změřené hodnoty ve spektru $63,12080(16) \text{ keV}$, $197,95787(25) \text{ keV}$ a $307,73767(36) \text{ keV}$. Jaké jsou energie přechodů? [Energie odrazu se pohybují od hodnoty $0,013 \text{ eV}$ po $0,30 \text{ eV}$. Hodnoty energií přechodů v jádře pak jsou $63,12081(16) \text{ keV}$, $197,95800(25) \text{ keV}$ a $307,73797(36) \text{ keV}$].

6) Pro měření účinnosti detektoru byl využit zdroj ^{137}Cs starý 25 let ($T_{1/2} = 30,07$ dní). Jeho aktivita při dodání byla $39,0(4) \text{ kBq}$. Intenzita linky $661,66 \text{ keV}$ je $I_\gamma = 85,1(2) \%$. Vzdálenost zdroje od detektoru je $d = 90,0(3) \text{ cm}$ a průřez aktivního objemu je 150 cm^2 (je určen s nejistotou 2%). Měření probíhalo $\Delta t = 6$ hodin a určená plocha piku byla $S = 116\,072$ s nejistotou 678 gama. Jaká je celková, geometrická a vnitřní účinnost detektoru pro tuto energii? [$\epsilon = 0,0288(3) \%$, $\epsilon_{\text{GEO}} = 0,147(3) \%$, $\epsilon_{\text{VNI}} = 19,6(5) \%$]

7) Pro detekci gama se využívá stěna z BGO krystalů. Určete energetické rozlišení zařízení, jestliže je Fano faktor 1, energie potřebná pro produkci jednoho fotonu světla je $\epsilon_s = 130 \text{ eV}$, pravděpodobnost konverze fotonu v nosič náboje v proudovém signálu je $f = 15 \%$. Určete, jaká částice se rozpadla na dvě gama s energiemi $E_1 = 150,1 \text{ MeV}$ a $E_2 = 300,2 \text{ MeV}$. Úhel mezi nimi je $\vartheta = 37,1^\circ$ a nejistota jeho určení je $\Delta\vartheta = 0,2^\circ$. Jaká je nejistota v určení klidové energie této částice, jestliže detektorová nejistota je $\Delta E_S = 0,8 \text{ MeV}$ a relativní nejistota daná kalibrací je $\sigma_R = 1,3 \%$? [$E_0 = 135,1(31) \text{ MeV}$, jde o π^0 mezon]

8) Kalibrační zářič ^{60}Co má aktivitu $A = 900 \text{ kBq}$. Jaká je účinnost detektoru geometrická a vnitřní, jestliže ve vzdálenosti $d = 40 \text{ cm}$ od zdroje zaznamená při měření dlouhém sto hodin ve fotopíku linky 1332 keV celkově $N = 3\,220\,000$ případů? Průřez detektoru je $S = 10 \text{ cm}^2$. Jaká je relativní účinnost vůči standardnímu NaI(Tl) (účinnost $0,12 \%$ ve vzdálenosti 25 cm)?

9) Polovodičový detektor má nastavenou mrtvou dobu $\tau = 1,5 \mu\text{s}$, mrtvá doba se neprodlužuje. Pro jaké četnosti musíme započítat vliv této mrtvé doby, jestliže chceme měřit s přesností ne horší než 5% . [Četnost $N = 33\,300 \text{ s}^{-1}$]

10) Linka ^{57}Fe má energii $14,4129 \text{ keV}$ a příslušná hladina má dobu života $98,3 \text{ ns}$. Jaká by musela být rychlost (v jakém rozmezí by se musela pohybovat), aby se proskenovala příslušná rezonance pomocí Dopplerova posuvu. Určete pro volný atom a pro atom ukotvený v krystalové mříži.

11) Svazek iontů argonů ^{40}Ar byl urychlen na kinetickou energii $E = 16 \text{ MeV/A}$. Terč byl z izotopu fosforu ^{31}P . Pomocí detektorů gama a komůrky pro měření doby života hladin pomocí Dopplerova posuvu se studovaly doby života hladin složeného jádra ^{71}As pomocí gama linek $147,4 \text{ keV}$, $1000,3 \text{ keV}$, $924,5 \text{ keV}$ a $714,0 \text{ keV}$ (z hladiny $1714,3 \text{ keV}$). Nepřesnost v definici energie složeného jádra je 5% . Používaly se dvě různé vzdálenosti terče a zastavovací folie $20,0(1) \text{ mm}$ a $0,100(15) \text{ mm}$. Detektor byl umístěn v úhlu 30° od svazku. U linek $147,4 \text{ keV}$ a $1000,3 \text{ keV}$ se využívala větší vzdálenost a změřené plochy zastavených jader a pohybujících se byly $S_0 = 89356$ a $S_V = 60832$ a $S_0 = 83326$ a $S_V = 1892$. U linek $924,5 \text{ keV}$ a $714,0 \text{ keV}$ se použila menší vzdálenost a příslušné určené plochy byly $S_0 = 5582$ a $S_V = 10416$ a $S_0 = 5487$ a $S_V = 4029$. Kromě statistické nejistoty je třeba započítat nejistotu danou tvarem piku a dalšími vlivy, která je $\rho_s = 0,8 \%$. Jaká je rychlost složeného jádra a velikost Dopplerova posuvu linek?

Jaké jsou poločasy rozpadu hladin a jejich nejistoty? [$v/c = 0,1045(36)$, $E_\gamma = 160,7$ keV, 1090,8 keV, 1008,2 keV a 778,6 keV, $T_{1/2} = 0,852(23)$ ns, 19,7(7) ns, 2,10(32) ps a 4,0(6) ps]

12) Jaké magnetické pole musí mít magnetický spektrometr elektronů, aby poloměr pro rozsah energií od 100 keV do 2000 keV nepřekročil 0,3 m? Jaká bude energie elektronu v případě změřeného poloměru 1,00 cm, 5,00 cm, 15,00 cm, 20,00 cm a 25,00 cm? Jaká je nejistota určení energie u zmíněných pěti měření, jestliže poloha (poloměr) je určován s přesností 0,08 mm a intenzita magnetického pole je definována s přesností 0,05 %? [$B = 27,31$ mT, $E_{KIN} = 6,53(11)$ keV, 143,9(4) keV, 820,0(8) keV, 1205,4(10) keV a 1600,0(12) keV. Pro hraniční poloměr 30 cm je $E_{KIN} = 2000,0(14)$ keV]

13) Jaká je prahová energie reakce produkce sodíku 24 na hliníku pomocí neutronů? Jaká bude kinetická energie vzniklé alfa částice, pokud bude emitována ve směru původního letu neutronu, jehož energie byla 10 MeV. Jaká bude rychlost alfa částice v laboratorní a těžišťové soustavě? [$Q = -3,132$ MeV, $E_{PRAH} = 3,249$ MeV, $E_K(\alpha) = 6,70$ MeV, $v = 0,00359$ c,]

15) Energie neutronu je určována z doby letu. Vzdálenost mezi zdrojem a detektorem je $d = 50$ m, neurčitost ve stanovení daná velikostí detektoru a dalšími parametry je 0,12 m. Nepřesnost v určení doby letu je 400 ps (0,4 ns). Jaké jsou kinetické energie neutronů a neurčitost v jejich určení, u kterých byla změřená doba letu 382,6 ns, 225,4 ns, 188,6 ns, 173,2 ns a 168,8 ns? [$E_{KIN} = 104,3(6)$ keV, 456(5) keV, 1068(22) keV, 2510(140) keV a 5000(800) keV]

16) Energie nerelativistických neutronů se měřila pomocí kinematiky odražených protonů. Detektor protonů byl umístěn pod úhlem $\varphi = 20^\circ$ a neurčitost v úhlu daná průřezem detektorů a geometrií je $\Delta\varphi = 0,8^\circ$. Přesnost určení energie protonů je 1,2 %. Jaká je energie neutronů a neurčitost získané hodnoty, pokud byla změřena energie protonu $E'_p = 0,895$ MeV, 4,32 MeV, 8,71 MeV a 17,45 MeV? [$E_n = 1,012(16)$ MeV, 4,89(8) MeV, 9,86(15) MeV a 19,8(3) MeV]

17) Energie neutronů byla určována neutronovou interferometrií. Mřížková konstanta přístroje je $a = 0,123$ nm a nepřesnost jejího určení je 2,5 %. Nepřesnost určení úhlu interferenčních maxim je $0,028^\circ$. Jaká byla energie neutronů, které se rozptýlily do úhlů $9,256^\circ$, $0,753^\circ$, $0,275^\circ$ a $0,067^\circ$. Jaké jsou nejistoty v určení energie? [$E_n = 0,522(25)$ eV, 78(7) eV, 0,59(12) keV a 10(8) keV]

18) Jaká je prahová energie pro produkci tauonu ($m = 1776,8$ MeV/ c^2) při srážce tauonového neutrina s protonem v klidu? [$E_{PRAH} = 3459,6$ MeV]